

ИМЯ И ФАМИЛИЯ

ДАТА

ПЕРИОД

Сопроводительные материалы для семей

Многочлены и рациональные функции

В этом модуле ваш учащийся узнает о таком типе функции, как *многочлены* (полиномы). (В предыдущих классах учащиеся узнали о двух особых видах полиномиальных функций: линейные и квадратичные функции). Многочлен представляет собой сумму членов, включающую только одну букву, называемую переменной, где степени переменной являются целыми числами. Например, $3x^3 - x^2 + 10$ и $5x^6$ являются многочленами. А $6x^{-2} + 2x^{-1}$ не является, потому что имеет отрицательные степени. И $2xy - 7x$ не является, потому что включает более одной переменной. Ваш учащийся сопоставит различные способы представления полиномиальных функций, например, графики и уравнения.

Умножение и деление чисел будет распространяться и на многочлены, поэтому это хорошая возможность освежить навыки умножения и деления чисел вручную. При умножении чисел мы часто используем дистрибутивность, то есть каждая часть числа умножается на каждую часть другого числа. Например, 34 представляет собой 30 плюс 4, или 3 десятка плюс 4 единицы. Десятки и единицы каждого числа умножаются на десятки и единицы другого, а затем все результаты складываются. При умножении многочленов мы также используем дистрибутивность. Вот пример каждого из этих случаев:

$$\begin{aligned}(30 + 4)(10 + 5) \\ &= 30(10 + 5) + 4(10 + 5) \\ &= 30 \cdot 10 + 30 \cdot 5 + 4 \cdot 10 + 4 \cdot 5 \\ &= 300 + 150 + 40 + 20 \\ &= 510\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(x - 7)(2x + 3) \\ &= x(2x + 3) + (-7)(2x + 3) \\ &= x \cdot 2x + x \cdot 3 + (-7) \cdot 2x + (-7) \cdot 3 \\ &= 2x^2 + 3x - 14x - 21 \\ &= 2x^2 - 11x - 21\end{aligned}$$

Умножение чисел или многочленов можно представить множеством способов, и ваш учащийся должен найти подходящий. Попросите своего учащегося показать, как умножать многочлены.

Деление многочленов в столбик во многом схоже с делением чисел в столбик. Вот пример каждого из этих случаев:

ИМЯ И ФАМИЛИЯ

ДАТА

ПЕРИОД

$$\begin{array}{r} 31 \\ 12372 \\ -36 \\ \hline 12 \\ -12 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3x + 1 \\ x + 23x^2 + 7x + 2 \\ -3x^2 - 6x \\ \hline x + 2 \\ -x - 2 \\ \hline 0 \end{array}$$

Деление также может быть представлено многими способами, поэтому если вы или ваш учащийся изучали другой способ деления в столбик, то и его можно распространить на многочлены.

Ниже приводится несколько задач, которые следует попробовать решить со своим учащимся:

1. Умножьте 47 на 25, используя любой удобный способ. Попробуйте воспользоваться тем же способом для умножения $(4x + 7)(2x + 5)$. В чем сходство? В чем различия?
2. Разделите 372 на 12, используя любой удобный способ. Затем представьте деление другим способом, например, с помощью изображений или слов.
3. Разложите на множители эти выражения. Проверьте свои ответы, перемножив множители. Откуда вы узнали, что делать на каждом этапе разложения на множители и умножения?
 - a. $x^2 + 5x + 6$
 - b. $x^2 + 2x - 8$

Решение:

1. Один из способов умножить 47 на 25 — воспользоваться стандартным алгоритмом умножения. Что-то похожее можно сделать и с $(4x + 7)(2x + 5)$. Так же, как мы умножили 47 на 5, а затем на 20 и сложили результаты, можно умножить $4x + 7$ на 5, а затем на 2x и сложить результаты. Вот два варианта:

ИМЯ И ФАМИЛИЯ

ДАТА

ПЕРИОД

$$\begin{array}{r} 47 \\ \times 25 \\ \hline 235 \\ +940 \\ \hline 1175 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4x + 7 \\ \times 2x + 5 \\ \hline 20x + 35 \\ + 8x^2 + 14x + 0 \\ \hline 8x^2 + 34x + 35 \end{array}$$

2. Один из способов разделить 372 на 12 — воспользоваться стандартным алгоритмом деления (показанным ранее). Еще один способ сделать это — прибегнуть к вычитанию. Чтобы повысить эффективность, можно отнимать группы по 120 (десять по 12) до тех пор, пока результат не станет меньше 120, а затем отнять группы по 12. Можно от 372 отнять три группы по 120 и 1 группу по 12, а после ничего не останется. Таким образом, получилась 31 группа по 12.
- 3.
- $x^2 + 5x + 6 = (x + 3)(x + 2)$
 - $x^2 + 2x - 8 = (x + 4)(x - 2)$



© CC BY 2019 Illustrative Mathematics®